6°) $|x^2 - 5x + 6| - |x - 3| = |x^2 - 9|$
Si $x < -3$ alors $x^2 - 5x + 6 + x - 3 = x^2 - 9$ donc $x = 3$ à rejeter
Si $-3 \leq x \leq 2$ alors $x^2 - 5x + 6 + x - 3 = -x^2 + 9$ donc $x = 3$ à rejeter ou $x = -1$
Si $2 < x < 3$ alors $-x^2 + 5x - 6 + x - 3 = -x^2 + 9$ donc $x = 0$ à rejeter
Si $x \geq 3$ alors $x^2 - 5x + 6 - x + 3 = x^2 - 9$ donc $x = 3$
$S = \{-1 ; 3\}$

7°) $|-x^2 + 3x + 4| - |x^2 - 4| = |x - 4|$
Si $x < -2$ alors $x^2 - 3x - 4 - x^2 + 4 = -x + 4$ donc $x = 2$ à rejeter
Si $-2 \leq x \leq -1$ alors $x^2 - 3x - 4 - x^2 + 4 = -x + 4$ donc $x = -2$
Si $-1 < x < 2$ alors $-x^2 + 3x + 4 + x^2 - 4 = -x + 4$ donc $x = 1$
Si $2 \leq x \leq 4$ alors $-x^2 + 3x + 4 - x^2 + 4 = -x + 4$ donc $x = 1 \pm \sqrt{3}$ avec $1 - \sqrt{3}$ à rejeter
Si $x > 4$ alors $x^2 - 3x - 4 - x^2 + 4 = x - 4$ donc $x = 2$ à rejeter
$S = \left\{2;1;1+\sqrt{3}\right\}$

8°) $|x^2 - x - 2| - |x + 1| > |x - 1|$
Si $x < -1$ alors $x^2 + x - 2 > 0$ donc $S_1 =]-\infty ; -2[$
Si $-1 \leq x \leq 1$ alors $-x^2 + x > 0$ donc $S_2 =]0 ; 1[$
Si $1 < x < 2$ alors $x^2 - x + 2 > 0$ donc $S_3 = \emptyset$
Si $x \geq 2$ alors $x^2 - 3x - 2 > 0$ donc $S_4 = \left]\frac{3+\sqrt{17}}{2};+\infty\right[$
$S =]-\infty;-2[\cup]0;1[\cup \left]\frac{3+\sqrt{17}}{2};+\infty\right[$

C. Détermine les valeurs de m pour que :

1°) $(3m - 4)x^2 - (2m + 1)x - 3m - 1 = 0$ admette deux racines vérifiant $x_1 < 0 < x_2$ et $|x_1| > |x_2|$.
Pour que l'équation soit du 2ème degré, il faut que $m \neq \frac{4}{3}$ et que $\rho > 0$
$\rho = (2m+1)^2 + 4(3m-4)(3m+1) = 40m^2 - 32m - 15 > 0$
Cela vrai si $m \in \left]-\infty;\frac{8-\sqrt{214}}{20}\right[\cup \left]\frac{8+\sqrt{214}}{20};+\infty\right[$ c'est-à-dire $]-\infty ;-0,331[\cup]1,13,+\infty[$ (1)
Si $x_1 < 0 < x_2$, il faut que le poduit $c/a < 0$
Ainsi le tableau de signe donnera soit $m > \frac{4}{3}$ ou $m < \frac{-1}{3}$
Il faut trouver sous quelle(s) condition(s) : $|x_1| > |x_2|$? Il faut que la somme $-b/a < 0$
D'après le tableau de signe : $\frac{-1}{2} < m < \frac{-1}{3}$ qui se trouve bien dans (1)

2°) $(m^2 - 4)x^2 + mx + m^2 - m - 12 = 0$ admette deux racines de signe contraire.
Deux racines sont de signes contraires alors leur produit < 0. Or le produit de deux racines est donnée par c/a. Dans notre cas, $\frac{m^2 - m - 12}{m^2 - 4} < 0$. Les différentes racines sont -3 et 4 ainsi que -2 et 2. D'après le tableau de signe, $m \in]-3 ; -2[\cup]2 ; 4[$.

3°) $(m + 4)\, x^2 - 2mx + 5m = 0$ admette deux racines positives.
$(m + 4) > 0$ donc c/a qui doit être positif, donnera $m > 0$ ou $m < -4$.
Par contre, pour avoir deux racines, il faut que $4m^2 - 20m(m + 4) > 0$
c-à-d $-16m^2 - 80m > 0$ donc $-5 < m < 0$.
Il faut donc pour l'instant que $-5 < m < -4$. Dans ce cas de figure, le $a < 0$ et $b > 0$.
L'axe de symétrie sera entre 8 et 10, donc les deux racines sont positives.

4°) $(m + 4)^2\, x^2 - 2mx + 5m = 0$ admette deux racines négatives.
Par le même type de raisonnement, il est impossible d'avoir deux racines négatives car l'axe de symétrie se trouve entre 8 et 10. Il aurait fallu que celui-ci soit dans les négatifs.

D. Peut-on déterminer m pour que 2 soit inférieur aux racines de $(m + 4)\, x^2 - 2(m - 2)x + m - 4 = 0$?
Il faut qu'il y ait des racines réelles, pour cela $b^2 - 4ac > 0$: $4(m - 2)^2 - 4(m - 4)(m + 4) > 0$
Ou finalement : $-4m + 20 > 0$ donc $m < 5$ (1).
L'abscisse 2 ne peut être comprise entre les racines donc a f(2) > 0 ou $(m + 4)\,(m + 20) > 0$
Donc $m < -20$ ou $m > -4$ (2).

Il faut dernièrement que 2 < demi-somme des racines : $2 < \dfrac{m-2}{m+4} \Leftrightarrow \dfrac{2m+8-m+2}{m+4} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{m+10}{m+4} < 0$

Cela donne donc $-10 < m < -4$ (3). Il est impossible car (3) et (2) se contredisent.

E. Détermine m pour que 2 soit inférieur aux racines de $(m + 4)\, x^2 - 2mx + 5m = 0$.
Il faut qu'il y ait des racines réelles, pour cela $b^2 - 4ac > 0$: $4m^2 - 20m(m + 4) > 0$
Ou finalement : $-16m^2 - 80m > 0$ donc $-5 < m < 0$ (1).
L'abscisse 2 ne peut être comprise entre les racines donc a f(2) > 0 ou $(m + 4)\,(5m + 16) > 0$
Donc $m > -16/5$ ou $m < -4$ (2).

Il faut dernièrement que 2 < axe de symétrie : $2 < \dfrac{m}{m+4} \Leftrightarrow \dfrac{2m+8-m}{m+4} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{m+8}{m+4} < 0$

Cela donne donc $-8 < m < -4$ (3). Il faut $-5 < m < -4$.

F. Détermine m pour que les racines de $(2m - 3)\, x^2 + (m - 1)\, x - 2(m - 1) = 0$ soient entre -1 et 1.
Il faut qu'il y ait des racines réelles, pour cela $b^2 - 4ac > 0$: $m^2 - 2m + 1 + 8(m - 1)(2m - 3) > 0$
Ou finalement : $17m^2 - 42m + 25 > 0$ donc $m < 1$ ou $m > 25/17$ (1).
L'abscisse -1 ne peut être comprise entre les racines donc a f(–1) > 0 ou $-m(2m - 3) > 0$
Donc $0 < m < 3/2$ (2).

Il faut que -1 < axe de symétrie : $-1 < \dfrac{-m+1}{2(2m-3)} \Leftrightarrow \dfrac{-4m+6+m-1}{2(2m-3)} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3m+5}{2(2m-3)} < 0$

Cela donne donc $m < 3/2$ ou $m > 5/3$ (3). Il faut $0 < m < 1$ ou $25/17 < m < 3/2$.
Il faut qu'il y ait des racines réelles, pour cela $b^2 - 4ac > 0$: $m^2 - 2m + 1 + 8(m - 1)(2m - 3) > 0$
Ou finalement : $17m^2 - 42m + 25 > 0$ donc $m < 1$ ou $m > 25/17$ (1).
L'abscisse 1 ne peut être comprise entre les racines donc a f(1) > 0 ou $(2m - 3)(m - 2) > 0$
Donc $m < 3/2$ ou $m > 2$(2).

Il faut que 1 > axe de symétrie : $1 > \dfrac{-m+1}{2(2m-3)} \Leftrightarrow \dfrac{4m-6+m-1}{2(2m-3)} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{5m-7}{2(2m-3)} > 0$

Cela donne donc $m < 7/5$ ou $m > 3/2$ (3). Il faut $m < 1$ ou $m > 2$.
Pour que les racines soient comprises entre -1 et 1, il faut donc : $0 < m < 1$.