

168. Calculer la dérivée de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$, lorsque $f(x) =$

SERIE 1

1) x^7

6) $x^5 + \frac{1}{x} + 2$

2) $2 - x^8$

7) $49 - x$

3) x^{-3}

8) $\sqrt{2} + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

4) $x^3 + x^2 - x$

9) $\sqrt{x^3}$

5) $x^4 - \sqrt{x}$

10) $\sqrt[3]{x^4}$

SERIE 2

1) $7x - 3$

6) $(x^2 - 2x + 3)(4x + 1)$

2) $(2x - 1)(4 - x)$

7) $7(x^3 - 4x^2 + 1)$

3) $(x + 1)(2x + 3)$

8) $\frac{4x^2 - 5x + 1}{3}$

4) $3x^4 - 2x^3 + 4x - 1$

9) $x^2(x^3 + 2x + 1)$

5) $\frac{x^4}{2}$

10) $(\frac{3x^3}{4} + 1)(1 - \frac{4x}{5})$

171. Mêmes questions qu'à l'exercice précédent pour $x \mapsto f(x) =$

1) $\sqrt{2x}$

6) $\sqrt[3]{(4x - 1)^2}$

10) $x \sqrt{1 + 2x^2}$

2) $\sqrt{2x - 1}$

7) $5x - \sqrt{x^2 - 9}$

11) $(2x - 3) \sqrt[3]{x^2 - 9}$

3) $\sqrt[3]{x^2}$

8) $\frac{\sqrt{x - 1}}{2x + 4}$

12) $\sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$

4) $\sqrt[3]{4x^4}$

9) $\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$

13) $\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

5) $\sqrt{x^2 - x + 1}$

172. Calculer la dérivée des fonctions $f : x \mapsto f(x) =$

1) $\sin 4x$

8) $\cos^2 x$

15) $\sqrt{\cos 2x}$

2) $5 \cos 5x$

9) $\operatorname{tg}^3 x$

16) $\sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x}$

3) $\operatorname{tg}(4x + 1)$

10) $\cos^2 x - 3\cos x + 1$

17) $\sqrt{\cos x}$

4) $4 \operatorname{tg} x + 1$

11) $4 \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x - 3$

18) $\frac{\sqrt{\cos x}}{\sin x}$

5) $\cos x(\cos x - 1)$

12) $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x}$

19) $\left(\frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\sin x} \right)$

6) $\operatorname{tg} 2x(\operatorname{tg} 2x + 3)$

13) $\cos^2 x - \sin^2 x$

7) $\frac{\cos x}{\operatorname{tg} 4x}$

14) $\sqrt{\sin x}$

SERIE 3

- 1) $\frac{1}{x^2}$
- 2) $\frac{1}{1 - 2x}$
- ~~3) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}$~~
- ~~4) $\frac{x}{x + 1}$~~
- 5) $\frac{2x + 3}{3x - 2}$
- 6) $\frac{5}{4x^2 - 1}$
- ~~7) $\frac{4}{\sqrt{x}}$~~
- 8) $\frac{x - 1}{x^2 + 4}$
- 9) $\frac{2x^2 + 3x + 1}{1 - 4x}$
- 10) $\frac{4x^2 - 9}{1 - 4x^2}$

SERIE 4

- 1) $(2x + 1)^3$
- 2) $(1 - 4x + x^2)^2$
- 3) $\left(1 - \frac{1}{x}\right)^3$
- 4) $5(x^2 + 4x - 1)^2$
- 5) $[5(x^2 + 4x - 1)]^2$
- 6) $\left(\frac{1}{2x + 1}\right)^3$

169. Dériver les fonctions $x \rightarrow f(x) =$

- 1) $x - \sqrt{x} + 1$
- 2) $3 - \frac{1}{x} - x^3$
- 3) $4x^3\sqrt{x}$
- 4) $7x^2$
- 5) $\frac{3x}{2} - 4$
- 6) $5x^2 - 4\sqrt{x} - \frac{2}{x}$
- 7) $2x^3 - 7x^2 - 6x + 21$
- 8) $4x^3 + \frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$
- 9) $x(x - 1)$
- 10) $(x+2)(3x-1)$
- 11) $x(x^2 - 3x + 1)$
- 12) $(2x + 3)(3 - x^2)$
- 13) $(\frac{2x^2}{3} - 1)(3 - \frac{4x}{5})$
- 14) $(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + x)$
- 15) $(\frac{1}{x} - x)(x^2 - \frac{1}{x})$
- 16) $(\sqrt{x} - 1)(x^4 - 1)$
- 17) $(3x^2 - x + 1)^2$
- 18) $(x^3 - 2x^2 - 7x + 3)^3$
- 19) $(1 - x^2 - 4x^4)^2$
- 20) $\frac{1}{x+1}$
- 21) $\frac{1}{1 - x^2}$
- 22) $\frac{5x}{2x+3}$
- 23) $\frac{1 - 2x}{3x + 1}$
- 24) $\frac{4 - 5x}{1 - 3x}$

Dire en quels réels chacune de ces fonctions n'est pas dérivable.

170. Mêmes questions qu'à l'exercice précédent pour $x \rightarrow f(x) =$

- 1) $(3x - 1)^3$
- 2) $(x^2 - 4x + 7)^2$
- ~~3) $(\frac{3}{2x} + x^2)(4x^2 - \frac{5}{2x})$~~
- 4) $(\sqrt{x} - x)^3$
- 5) $\frac{3x - 1}{x}$
- 6) $\frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$
- 7) $\frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{x^2}$
- 8) $4x^3 - 5x^2 + 7x - 1$
- 9) $\frac{1}{2x}$
- 10) $\frac{3x - 5}{4x^2}$
- 11) $(\frac{1}{x} - 3x)^2$
- 12) $\frac{1}{x} - 3x^2$

fonction dérivée Df.

$$1^{\circ} \quad x^2 - 5x + 6$$

$$2^{\circ} \quad 3x^2 + 8x - 4$$

$$3^{\circ} \quad x^3 + 4x^2 - 8x + 3$$

$$4^{\circ} \quad 5x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 7x + 10$$

$$5^{\circ} \quad (x-2)(x+5)$$

$$6^{\circ} \quad (3x+4)(5-3x)$$

$$7^{\circ} \quad (1+2x)(1-6x)$$

$$8^{\circ} \quad (x^2 - 5x + 6)(3x - 4)$$

$$9^{\circ} \quad (x^2 - 9)(1-5x)$$

$$10^{\circ} \quad (3x-5)^3$$

$$21^{\circ} \quad \frac{5}{x}$$

$$22^{\circ} \quad \frac{7}{x-2}$$

$$23^{\circ} \quad \frac{4}{x^2 + 3x}$$

$$24^{\circ} \quad \frac{x-3}{x-5}$$

$$25^{\circ} \quad \frac{3x-2}{x^2-4}$$

$$26^{\circ} \quad \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$27^{\circ} \quad \frac{2x+1}{x^2+5x-1}$$

$$28^{\circ} \quad \frac{x^2+9}{x^2+12x-30}$$

$$29^{\circ} \quad \frac{x^2+5x+1}{x^2+4x+3}$$

$$11^{\circ} \quad (2x+7)^4$$

$$12^{\circ} \quad (x^2 - 9)^5$$

$$13^{\circ} \quad (x+2)^3 (x-3)^2$$

$$14^{\circ} \quad x^2 + (x^2 - 4)^2$$

$$15^{\circ} \quad (x^2 - 1)(2x+1)^3$$

$$16^{\circ} \quad (x^2 - 1)^2 (1-4x)^2$$

$$17^{\circ} \quad (2x^2 + 1)(x-1)^3 (x+1)^2$$

$$18^{\circ} \quad (x+3)(2x-1)^2 (x+4)^3$$

$$19^{\circ} \quad (x^2 - 6x + 8)^2 (2x-1)^3$$

$$20^{\circ} \quad (x^3 + 4x)^3 (x^3 - 1)^2$$

$$30^{\circ} \quad \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 7x + 12}$$

$$31^{\circ} \quad \frac{1}{(3x+5)^2}$$

$$32^{\circ} \quad \frac{x^4}{(x+1)^2}$$

$$33^{\circ} \quad \frac{(x-2)^2}{x^2 - 6x + 8}$$

$$34^{\circ} \quad \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2}$$

$$35^{\circ} \quad \frac{(3x-2)^2}{(x^2 + 5)^3}$$

$$36^{\circ} \quad \frac{(x-1)^2 (x+1)^3}{(x-2)^4}$$

$$37^{\circ} \quad \frac{(x-1) (x+2)^2}{(x-3)^2 (x+1)^3}$$

EXERCICES

1. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

$$1) \quad (2x + 1)^2$$

$$10) \quad \frac{1}{(1-3x)^2}$$

$$2) \quad (3x^2 - 1)^3$$

$$11) \quad \frac{1}{(x^2 - x + 1)^5}$$

$$3) \quad (x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 1)^6$$

$$12) \quad \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

$$4) \quad \sqrt{x^2 + 1}$$

$$13) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{3x-2}}$$

$$5) \quad \sqrt[3]{x^2 + x}$$

$$14) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{2x-3}}$$

$$6) \quad \sqrt[3]{(x+1)^3}$$

$$15) \quad \frac{1}{\sqrt[3]{(1-x)^2}}$$

$$7) \quad \sqrt[3]{(1-x^2)^2}$$

$$8) \quad \sqrt[5]{(x^2 + 4x + 3)^4}$$

$$9) \quad \frac{1}{2x+1}$$

2. Calculer les dérivées des fonctions suivantes:

$$1) \quad (x + 1)^3 (x - 1)$$

$$4) \quad \frac{(x - 1)^3}{(2x + 1)^2}$$

$$2) \quad (1 - 2x)^2 (x - 1)^3$$

$$5) \quad \sqrt{(2x + 1)^3}$$

$$3) \quad \frac{(2x - 1)^2}{x - 1}$$

$$\times 6) \quad \frac{3x + 2}{\sqrt{2x - 2}}$$

3. En utilisant un raisonnement analogue à ceux des exemples 2 et 3, calculer la dérivée des fonctions suivantes:

$$1) \quad \sqrt[3]{x}$$

$$2) \quad x\sqrt{2 + 1}$$

$$3) \quad \sqrt[3]{x^3 - 1}$$

EXERCICES

1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes:

1) $3x$

2) $\frac{1}{2}x + 2$

3) $x(x+1)$

4) $(x+1)(2x+1)$

5) $\frac{2x+3}{x-1}$

6) $\frac{3x}{1-2x}$

7) $\frac{2}{3x-5}$

8) $\frac{1}{x}$

2. Calculer les dérivées des fonctions suivantes:

1) $5x$

4) $-\frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$

2) $\frac{7}{2}x + 2$

5) $8x^4 - x^3 + 2x^2 - 1$

3) $9x^2 + 1$

6) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{4}$

EXERCICES

1. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

✓ 1) $3x \cos x$

2) $2x^2 \sin x$

3) $(2x-1)\tg x$

4) $(x^2-x+1)\sin x$

5) $\tg x \cdot \sqrt{x}$

6) $\sin x \tg x$

7) $3\sqrt{x} \cos x - 2x^2 \sin x$

8) $3x\sqrt{x} + 2x^2 \cos x$

9) $\tg x + x^2 \cos x$

2. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

✓ 1) $\frac{\sin x}{2x^2 - x}$

4) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sin x}$

2) $\frac{x^3 + 2x^2}{\cos x}$

5) $\frac{(x+1)\sin x}{1-x}$

3) $\frac{\tg x}{\sqrt{x}}$

6) $\frac{\sqrt{x} \cdot \cos x}{x+2}$

3. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

1) $\sin 2x$

2) $\sin^2 x$

3) $\cos \frac{3x}{2}$

✓ 4) $\tg \left(5x + \frac{\pi}{2} \right)$

5) $\sin \left(\frac{\pi}{6} - 2x \right)$

6) $\frac{1}{\sqrt{\sin x}}$

7) $\sqrt[3]{\cos x}$

8) $\frac{1}{\cos^3 x}$

9) $\tg^4 x$

3. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

1) $x^2(x+1)$

2) $5x^2(2x+3)$

3) $(x^4 - 1)(2x+3)$

4) $(x^2 + x - 1)(2x - 5)$

5) $(x^2 + 1)(x - 1)(2x - 3)$

6) $(x+1)^2(2x-3)$.

4. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

1) $\frac{3}{x}$

7) $\frac{3}{x-1}$

2) $-\frac{2}{x}$

8) $\frac{x}{x+1}$

3) $\frac{3}{x^2}$

9) $\frac{5x}{1-x}$

4) $-\frac{1}{x^5}$

10) $\frac{1-2x}{3x-1}$

5) $\frac{4}{x^4}$

11) $\frac{1}{x^2 + 3x + 2}$

6) $5x^{-3}$

12) $\frac{1-x}{x^2 - x + 1}$

suitantes.

1) $\sin^2 2x$

2) $\cos^4 3x$

3) $\sin^4(2x+3)$

4) $\tg^2 \frac{x}{2}$

5) $\sqrt{\sin 2x}$

6) $\sqrt[3]{\cos(x^2+1)}$

7) $\sin \sqrt{x}$

8) $(1+\tg 3x)^3$

9) $\sqrt{\sin(x^2+5x+3)}$

10) $\cos(x^2 - x + 1)^4$

11) $\cos^4(x^2 - x + 1)$

12) $\sin \sqrt{x-1}$

13) $\sqrt{1 + \tg 2x}$

14) $\tg \sqrt{x^2+2}$

15) $\tg^2 \frac{x}{2} - \tg^3 \frac{x}{3}$

16) $\sin 2x + \cos^2 x$

17) $\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}$

18) $\sqrt[3]{\sin^2 5x}$

5. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes:

1) $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{3}$

11) $\frac{\sin 2x}{x}$

2) $\sin x \cdot \sqrt{4x}$

12) $\frac{x}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

3) $2x \cos 5x$

13) $\frac{\tg 3x}{\sqrt{x}}$

4) $\sqrt{x^2+x} \cdot \sqrt[3]{x}$

14) $\frac{(x+1)^3}{3x}$

✓ 5) $\sin^2 3x \cdot \sqrt{\cos 4x}$

15) $\frac{\sqrt{1-x}}{x^2}$

6) $\sqrt{2x} \cdot \cos 5x$

16) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^3-2}}$

7) $(x+1)^3 \sqrt{x^2+2}$

17) $\frac{\sqrt{1-x}}{x^2}$

8) $\cos^2 2x \cdot \tg \frac{2x}{3}$

18) $\frac{\sqrt{1-x}}{x^2}$

9) $\frac{1+\tg x}{1-\tg x}$

19) $\frac{\sqrt{1-x}}{x^2}$

10) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$

20) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$

13. Fonction dérivée

Calculer la fonction dérivée des fonctions f définies par les expressions suivantes. Simplifier au maximum l'expression obtenue.

Série 1

a. $4x$

b. $-\frac{x}{3}$

c. $-x + 4$

d. $2x^2 - 5x + 7$

e. $-5x^3 + 4x^2 + 2x - 3$

f. $-\sqrt{x} + 4x - 1$

g. $-5x^3 + 4x^2 + 2\sqrt[3]{x^2} - 1$

h. $x^2 + x^3 \sqrt{x}$

i. $(1+x^3)\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[2]{x^3}$

Série 2

a. $(x^4 - 1)(2x + 3)$

b. $(x^3 - 5x)(2x^2 - 4)$

c. $(2x^3 + 3x^2 - 5x - 3)\sqrt{x}$

d. $\frac{2x^3}{x^2 - 1}$

e. $\frac{4x^2 + 2}{3x - 5}$

f. $\frac{7x^2 - x}{3x + 5}$

g. $\frac{7x^2 - 3x + 4}{9x - 3}$

h. $\frac{4x^2 + 3x - 1}{2x + 1}$

i. $\frac{4}{x^7 + 2x - 3}$

j. $\frac{3x + 3}{3x^2 - 10x}$

k. $\frac{8x^2 + 6x + 1}{2x^2 + x - 3}$

l. $\frac{x^2 + 2\sqrt{x} + 4}{5x + 4}$

Série 3

a. $x + \cos x$

b. $3\sin x - 2\cos x$

c. $2\sin x + 3\cos x$

d. $\sin x \cos x$

e. $x^2 \cos x$

f. $\cos x + \sin x \tan x$

g. $\frac{2 + \sin x}{2 + \cos x}$

h. $\frac{\cos x + \sin x}{1 + \cos x}$

i. $\frac{x \sin x - \cos x}{x \cos x + \sin x}$

14. Dérivée de fonctions composées

Calculer la fonction dérivée des fonctions f définies par les expressions suivantes. Simplifier au maximum l'expression obtenue.

Série 1

– le domaine de définition de la fonction,

– les équations des éventuelles asymptotes,

a. $(3x+4)^2$

– les coordonnées des extrema,

d. $(4x^3 + 2x^2 + 3x - 1)^6$

g. $\frac{(2x-3)^3}{(x^2-4)^5}$

– le signe de la dérivée première f' ,

– le tableau des variations des points critiques (points rebroussants, points anguleux...),

b. $(x-x^2)^3$

e. $\frac{3}{(2x+1)^2}$

h. $\left(\frac{x^2+3}{4x-1}\right)^5$

et de résultats dans un tableau de variation de la fonction f ,

c. $(x^3 + 3x^2 + x)^7$

f. $\frac{2}{(4x^3 + 2x^2 + 3x - 1)^4}$

i. $\left(\frac{2x^2 - 5x + 1}{6x + 3}\right)^3$

Série 2

a. $\sqrt{3x}$

d. $\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$

b. $\sqrt{x^2 - 4x}$

e. $\frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{4x-4}}$

c. $\frac{\sqrt{2x-3}}{x^2+2}$

f. $\sqrt{\frac{3x-4}{x^2+2}}$

Série 3

a. $\tan 4x$

d. $\sin^2(3x+2)$

b. $\cos(2x-4)$

e. $\cos^3 2x$

c. $\sin(2x^2 + 3x - 4)$

f. $(2x-2)\cos(3x^2 - 4)$

Série 4

a. $(4x-3)\sqrt{2x^2 - 5}$

g. $\frac{(x-3)\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^3}}$

b. $x\sqrt{\frac{3x+2}{x+1}}$

h. $\sqrt{1-\tan^2 x}$

c. $2\tan\sqrt{x}$

i. $\sqrt[3]{2+\sin(2x^2+1)}$

d. $x^2 \sin\frac{1}{x}$

j. $\sqrt{\frac{5+\sin x}{5-\sin x}}$

e. $\sqrt{\cos^3 x}$

k. $\frac{2x-1}{(1-\sin x)^2}$

f. $\frac{3x+2\sin x^2}{2x+1}$

l. $3\tan(\sin^3 x)$