

Correction simulation oral de juin 2019

(7) Calcule les limites suivantes :

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^2 + 3x + 1}{4x^3 - 5x - 1} = 0^+$

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 2x + 5}{-2x + 1} = +\infty$

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 3x + 1}{5x^2 + 2x + 3} = \frac{4}{5}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$ F.I. Après factorisation, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + 2}{(x-1)^2} = +\infty$

(15) Effectue l'étude sommaire de la fonction : $f(x) = \frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{x^2 + 3x + 2}$

Dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$

Asymptotes :

AV : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{-8}{0}$ et $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{0}{0}$ F.I. Après factorisation, $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 4x - 3}{x + 1} = 15$

AV : $x = -1$ à gauche $+\infty$ à droite $-\infty$ et trou en $(-2; 15)$.

AO : $y = -x + 5$ et position : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-8}{x+1} = \begin{cases} 0^- \text{ à } +\infty \\ 0^+ \text{ à } -\infty \end{cases}$

Graphes :

(10) Dérive les fonctions suivantes :

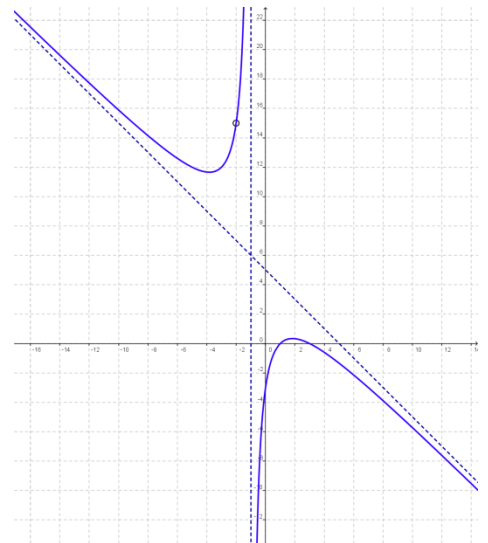
a) $f(x) = x^3 - 4x(x^2 - 1) = -3x^3 + 4x$
 $f'(x) = -9x^2 + 4$

b) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-2}$
 $f'(x) = \frac{2x^2 - 4 - 4x^2 - 2x}{(x^2-2)^2} = \frac{-2x^2 - 2x - 4}{(x^2-2)^2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$
 $f'(x) = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+1}}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{x}$
 $f'(x) = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{2x+3}} - \sqrt{2x+3}}{x^2} = \frac{-x-3}{3x^2\sqrt{2x+3}}$

e) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{x^{13}}} = x^{-\frac{13}{5}}$
 $f'(x) = \frac{-13}{5} x^{-\frac{18}{5}} = \frac{-13}{5\sqrt[5]{x^{18}}}$



(17⁵) A partir de la fonction $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ dont on sait que

1°) le domaine est $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

2°) Les asymptotes verticales sont $x = -1$ et $x = 1$ (à gauche : $-\infty$ et à droite : $+\infty$)

3°) L'asymptote oblique est $y = x$ (à $+\infty$: au-dessus et à $-\infty$: en-dessous)
détermine la croissance, la courbure et représente cette fonction.

Croissance :

$$f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$$

Tableau de signe uniquement avec $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$

x		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	
f'(x)	+	0	-	0	+

Courbure :

$$f''(x) = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$$

Tableau de signe avec 0, -1 et 1

x		-1		0		1	
2x	-		-	0	+		+
$(x^2 - 1)^3$	+	0	-		-	0	+
f''(x)	-		+	0	-		+

Tableau récapitulatif

x		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$	
f'	+	0	-		-		-		-	0	+
f	↗	MAX $\frac{-3\sqrt{3}}{2}$	↘		↗	PI 0	↘		↗	Min $\frac{3\sqrt{3}}{2}$	↗
f''	-		-		+	0	-		+		+

